

Las vidas medias de ^{238}U , ^{235}U y ^{232}Th , son todas por mucho, más largas que las de sus respectivas hijas (hijos). Por lo tanto, estas series de decaimiento satisfacen la condición necesaria de equilibrio secular. Cuando el equilibrio secular existe en un mineral de **U** o **Th**, las velocidades o ritmos de decaimiento de las hijas (hijos) intermedias son iguales a las de sus respectivos padres:

$$N_1\lambda_1 = N_2\lambda_2 = N_3\lambda_3 = \dots = N_n\lambda_n$$

Si el mineral es un sistema cerrado y se ha alcanzado el equilibrio secular, la velocidad de producción de la hija estable al final de una cadena particular de decaimiento, es igual a la velocidad de decaimiento de su padre en el extremo de la cadena. Por lo tanto, podemos tratar el decaimiento de los isótopos de **U** y **Th** en el mineral en el cual el equilibrio secular se ha establecido, como si hubiese ocurrido directamente hacia los isótopos respectivos de **Pb**.



Para cada uno de los casos se puede plantear la respectiva ecuación general de decaimiento de la forma siguiente.

$$^{238}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb} \quad \frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_0 + \frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} (e^{\lambda_1 t} - 1)$$

$$^{235}\text{U} \rightarrow ^{207}\text{Pb} \quad \frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_0 + \frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} (e^{\lambda_2 t} - 1)$$

$$^{232}\text{Th} \rightarrow ^{208}\text{Pb} \quad \frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = \left(\frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_0 + \frac{^{232}\text{Th}}{^{204}\text{Pb}} (e^{\lambda_3 t} - 1)$$

Donde $\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$, $\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$ y $\frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$, así como $\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}$, $\frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}$ y $\frac{^{232}\text{Th}}{^{204}\text{Pb}}$ serían los cocientes isotópicos al momento del análisis, es decir el cociente actual. Los símbolos λ_1 , λ_2 y λ_3 representan las constantes de decaimiento de ^{238}U , ^{235}U y ^{232}Th y t es el tiempo transcurrido desde que el mineral se cerró a la difusión iónica de **U**, **Th**, **Pb** y a todos los isótopos hijas intermedios.

$$t_{206} = \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\frac{\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_0}{\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}} + 1 \right)$$

Estas edades serán concordantes y por lo tanto representarán la edad del mineral, siempre y cuando las siguientes condiciones se cumplan:

- 1) El mineral ha permanecido cerrado a la difusión de **U**, **Th**, **Pb** y todos los isótopos hijas intermedios.
- 2) Se utilizan valores correctos para los cocientes iniciales de **Pb**
- 3) Las constantes de decaimiento de ^{238}U , ^{235}U y ^{232}Th se conocen en forma precisa y exacta.
- 4) La composición isotópica de **U** es normal y no ha sido modificada por fraccionación isotópica o por la ocurrencia natural de una cadena de reacción basada en la fisión de ^{235}U .
- 5) Todos los resultados son exactos y libres de errores sistemáticos.

En muchas circunstancias las edades calculadas para minerales que contienen **U** y **Th** no son concordantes. La razón parece ser que la mayoría de los minerales no son sistemas cerrados y por lo tanto pueden perder **U**, **Th** y **Pb**, así como isótopos hijas intermedios después de la cristalización. El efecto de pérdida de **Pb** en edades **U-Pb** puede ser minimizado calculando edades en base a cocientes de $\frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}}$. Este cociente es insensible a pérdidas recientes de **Pb**, es decir, al liberarse o perderse el **Pb**, tenía la misma composición isotópica que la del **Pb** remanente en el mineral analizado. Las relaciones entre el cociente $\frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}}$ y el tiempo resultan de las diferencias en las vidas medias de sus respectivos padres isotópicos. La ecuación que expresa esta relación se puede derivar combinando las dos primeras ecuaciones de las tres anteriores:

$$\frac{\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_0}{\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_0} = \frac{\frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} \left[\frac{(e^{\lambda_2 t} - 1)}{(e^{\lambda_1 t} - 1)} \right]}{\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} \left[\frac{(e^{\lambda_2 t} - 1)}{(e^{\lambda_1 t} - 1)} \right]} = \frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}} \left[\frac{(e^{\lambda_2 t} - 1)}{(e^{\lambda_1 t} - 1)} \right]$$

$$\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}} \right)^* = \frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}} \frac{(e^{\lambda_2 t} - 1)}{(e^{\lambda_1 t} - 1)}$$

Una particularidad de esta ecuación es que el cociente $\frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}}$ para todas las composiciones normales en la tierra, la luna y los meteoritos tiene un valor que es fijo en el tiempo actual y tiene un valor de $\frac{1}{137.88}$, es decir:

$$\frac{{}^{235}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} = \frac{1}{137.88}$$

Sin embargo, existe la dificultad de que la ecuación $\left(\frac{{}^{207}\text{Pb}}{{}^{206}\text{Pb}}\right)^* = \frac{{}^{235}\text{U} (e^{\lambda_2 t} - 1)}{{}^{238}\text{U} (e^{\lambda_1 t} - 1)}$,

que su solución para el caso especial de $t=0$, es indeterminada debido a que aparece una división entre 0 y eso no existe.

$$\left(\frac{{}^{207}\text{Pb}}{{}^{206}\text{Pb}}\right)^* = \frac{{}^{235}\text{U} (e^{\lambda_2 t} - 1)}{{}^{238}\text{U} (e^{\lambda_1 t} - 1)} = \frac{{}^{235}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \times \frac{0}{0}$$

Para rodear o evitar ese problema se puede aplicar la regla de L'Hopital, la cual establece que:

$$\lim_{t \rightarrow \alpha} \frac{f(t)}{g(t)} = \lim_{t \rightarrow \alpha} \frac{df(t)}{dg(t)}$$

Donde $f(t)$ y $g(t)$ son funciones de la variable t , y df y dg son las primeras derivadas de estas funciones con respecto a t . Por lo tanto:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{\lambda_2 t} - 1}{e^{\lambda_1 t} - 1} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{dt(e^{\lambda_2 t} - 1)}{dt(e^{\lambda_1 t} - 1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\lambda_2 e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1 e^{\lambda_1 t}} = \frac{\lambda_2 e^{\lambda_2(0)}}{\lambda_1 e^{\lambda_1(0)}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

El cociente isotópico radiogénico de $\frac{{}^{207}\text{Pb}}{{}^{206}\text{Pb}}$ producido por el decaimiento de ${}^{235}\text{U}$ y ${}^{238}\text{U}$ en tiempo presente, es decir $t=0$ es:

$$\left(\frac{{}^{207}\text{Pb}}{{}^{206}\text{Pb}}\right)^* = \frac{{}^{235}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) = \frac{1}{137.88} \left(\frac{9.8485 \times 10^{-10}}{1.55125 \times 10^{-10}}\right) = 0.04604$$

$$\text{para: } t_2 = 0 \text{ y } t_1 = 0, \quad \left(\frac{{}^{207}\text{Pb}}{{}^{206}\text{Pb}}\right)^* = 0.04604$$

Ahora estamos en posición de calcular los valores para $\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}}\right)^*$ hasta 4500 m.a., la edad de la tierra. Los cuales se muestran en la siguiente tabla.

Edad G.a.	a	b	$^{207}\text{Pb}/^{206}\text{Pb}$
0.0	0.0000	0.0000	0.0460
0.2	0.0315	0.2177	0.0501
0.4	0.0640	0.4828	0.0547
0.6	0.0975	0.8056	0.0599
0.8	0.1321	1.1987	0.0658
1.0	0.1678	1.6774	0.0725
1.2	0.2046	2.2603	0.0801
1.4	0.2426	2.9701	0.0888
1.6	0.2817	3.8344	0.0987
1.8	0.3221	4.8869	0.1100
2.0	0.3638	6.1685	0.1230
2.2	0.4067	7.7292	0.1378
2.4	0.4511	9.6296	0.1548
2.6	0.4968	11.9437	0.1744
2.8	0.5440	14.7617	0.1968
3.0	0.5926	18.1931	0.2227
3.2	0.6428	22.3716	0.2524
3.4	0.6946	27.4597	0.2867
3.6	0.7480	33.6556	0.3263
3.8	0.8030	41.2004	0.3721
4.0	0.8599	50.3878	0.4250
4.2	0.9185	61.5752	0.4862
4.4	0.9789	75.1984	0.5571
4.6	1.0413	91.7873	0.6393

Ejemplo: Datación de circón
Se tienen los siguientes datos:

Concentraciones De elementos	Abundancias de isótopos de Pb	Pb inicial asumido de otras mediciones	Peso Atómico	Abundancia de isótopo
U= 792.1 ppm	$^{204}\text{Pb}=0.048\%$	$^{204}\text{Pb}=1.00$	Pb=205.94	$^{238}\text{U}=99.27$
Th = 318.6 ppm	$^{206}\text{Pb}=80.33\%$	$^{206}\text{Pb}=16.25$	U=238.03	$^{235}\text{U}=0.72$
Pb = 208.2 ppm	$^{207}\text{Pb}=9.00\%$	$^{207}\text{Pb}=15.51$		
	$^{208}\text{Pb}=10.63\%$	$^{208}\text{Pb}=35.73$		

Calcular las cuatro edades.

Partimos de la ecuación general de decaimiento:

$$t_6 = \frac{1}{\lambda_{238}} \ln \left(\frac{\left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right) - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)}{\left(\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}\right)} + 1 \right)$$

De esta ecuación se tienen todos los datos a excepción del dato $\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}$, el cual determinamos de la siguiente forma:

$$\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \left(\frac{U}{Pb}\right) \left(\frac{p.a.Pb}{p.a.U}\right) \left(\frac{\% ^{238}\text{U}}{\% ^{204}\text{Pb}}\right) = \left(\frac{792.1}{208.2}\right) \left(\frac{205.94}{238.03}\right) \left(\frac{99.27}{0.048}\right) = 6807.4$$

Habiendo obtenido el valor, ahora podemos utilizar la ecuación básica general de geocronología

$$t_6 = \frac{1}{1.55125e^{-10}} \ln \left(\frac{(1673.54) - (16.25)}{6807} + 1 \right) \rightarrow t = 1.689 \text{ giga - años}$$

De la misma forma podemos determinar las otras dos edades

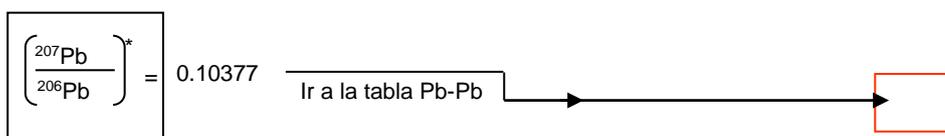
$$^{235}\text{U} - ^{207}\text{Pb} \text{ edad } (t_7) \quad \text{y} \quad ^{232}\text{Th} - ^{208}\text{Pb} \text{ edad } (t_8)$$

La cuarta edad, la cual corresponde a la edad Pb-Pb $\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}}\right)^*$, se calcula de la siguiente manera.

$$\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}}\right)^* = \frac{\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_0}{\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_0} = \frac{(187.5) - (15.51)}{(1673.54) - (16.25)} = 0.10377$$

$$\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}}\right)^* = 0.10377$$

Buscamos el valor obtenido en la tabla anterior, el cual se ubica entre 0.09872 y 0.11004



Interpolar la edad $t_{207/206}$

Para obtener la edad, interpolamos los valores anteriores para obtener un tercero.

$$t_{7/6} = t_{\text{inferior}} + \frac{t_{\text{intervalo}} (\text{cociente de Pb medido} - \text{cociente de Pb inferior})}{(\text{cociente de Pb superior} - \text{cociente de Pb inferior})} =$$

$$t_{7/6} = 1.6 + \frac{0.2(0.10377 - 0.09872)}{(0.11004 - 0.09872)} = 1.689 \text{ Ga}$$

$$t_{7/6} = 1.689 \text{ Ga}$$

Capítulo 10: Los Métodos U-Pb, Th-Pb y Pb-Pb

Usar las siguientes constantes para resolver los problemas en este capítulo.

$$P.A.U = 238.03$$

$$Ab^{238}U = 99.2743 \%$$

$$Ab^{235}U = 0.7200 \%$$

$$Ab^{234}U = 0.0057 \%$$

$$Ab^{232}Th = 100.00 \%$$

$$\lambda_1 (^{238}U) = 1.55125 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda_2 (^{235}U) = 9.8485 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda (^{234}U) = 2.806 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda_3 (^{232}Th) = 4.9475 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

Masas de los isótopos de Pb

$$^{204}\text{Pb} = 203.9730 \text{ amu} \quad ^{206}\text{Pb} = 205.9744 \text{ amu}, \quad ^{207}\text{Pb} = 206.9759 \text{ amu} \text{ y } ^{208}\text{Pb} = 207.9766 \text{ amu}$$

1. Los cocientes isotópicos relativos a ^{206}Pb son:

$$\frac{^{204}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}} = 0.143, \quad \frac{^{206}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}} = 1.000, \quad \frac{^{207}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}} = 12.95 \quad \text{y} \quad \frac{^{208}\text{Pb}}{^{206}\text{Pb}} = 21.96$$

$$\text{SUMA} = 0.143 + 1.000 + 12.95 + 21.96 = 36.053$$

a. Calcular las abundancias de estos isótopos de Pb en porcentajes de átomos.

La suma de los cocientes isotópicos relativo a ^{206}Pb es **36.053**.

Abundancias, %

$$^{204}\text{Pb} = 0.3966 \quad (0.143/36.053) \times 100 = 0.3966$$

$$^{206}\text{Pb} = 2.7736 \quad (1/36.053) \times 100 = 2.773$$

$$^{207}\text{Pb} = 35.9193 \quad (12.95/36.053) \times 100 = 35.9193$$

$$^{208}\text{Pb} = 60.9103 \quad (21.96/36.053) \times 100 = 60.9103$$

$$\text{Suma} = 99.9998$$

b. Recalcular los cocientes isotópicos relativo a ^{204}Pb :

$$\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{2.7736}{0.3966} = 6.9934, \quad \frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{35.9193}{0.3966} = 90.5680 \quad \text{y} \quad \frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{60.9103}{0.3966} = 153.5811$$

c. Calcular el peso atómico de esta muestra de Pb

$$\text{Suma ponderada} = (Ab ^{204}\text{Pb} \times P.A.^{204}\text{Pb}) + (Ab.^{206}\text{Pb} \times P.A.^{206}\text{Pb}) + (Ab.^{207}\text{Pb} \times P.A.^{207}\text{Pb}) + (Ab.^{208}\text{Pb} \times P.A.^{208}\text{Pb}) = (0.3966 \times 203.9730) + (2.7736 \times 205.9744) + (35.9193 \times 206.9759) + (60.9103 \times 207.9766) = 80.8956 + 571.2905 + 7434.4294 + 12,667.9171 = 20,754.5326$$

$$\text{Suma ponderada} = 20,754.5326$$

$$\text{Peso Atómico de Pb} = \frac{\text{Suma ponderada}}{100} = \frac{20,754.5326}{100} = 207.54$$

2. La composición isotópica de Pb en una muestra de circón: es $^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 2702.7$, $^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 668.92$ y $^{208}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 188.92$. La concentración de U es 767 ppm y la de Pb es 478 ppm. **Calcular los cocientes radiogénicos $^{206}\text{Pb}/^{238}\text{U}$ y $^{207}\text{Pb}/^{235}\text{U}$** . Los cocientes isotópicos iniciales de Pb son:

$$\left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_i = 14.2 \quad \text{y} \quad \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_i = 15.0$$

El peso atómico del Pb

Abundancias de isótopos de Pb

$$\begin{aligned} \frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} &= 2702.7, & ^{206}\text{Pb} &= (2702.7/3561.54) * 100 = 75.88 \% \\ \frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} &= 668.92, & ^{207}\text{Pb} &= 0.1878 * 100 = 18.78 \% \\ \frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} &= 188.92, & ^{208}\text{Pb} &= 0.0530 * 100 = 5.30 \% \\ \frac{^{204}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} &= 1.000, & ^{204}\text{Pb} &= 0.0002807 * 100 = \mathbf{0.02807 \%} \\ \text{Suma: } & 3,561.54 & & 0.9998 = 99.98 \% \end{aligned}$$

Peso atómico de Pb: $= (0.7588 \times 205.9744) + (0.18178 \times 206.9759) + (0.0530 \times 207.9766) + (0.0002807 \times 203.9730) = 156.2933 + 38.8700 + 11.0227 + 0.0572 = \mathbf{206.24}$

Cocientes Radiogénicos de $^{206}\text{Pb}^*/^{238}\text{U}$, $^{206}\text{Pb}/^{235}\text{U}$

$$\frac{^{206}\text{Pb}^*}{^{238}\text{U}} = \frac{\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_i}{\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}}; \quad \frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{767 \times 99.2743 \times 203.973}{478 \times 238.03 \times 0.02807} = \mathbf{4,862.9843}$$

Notar que las abundancias isotópicas son ambas en porcentajes atómicos.

$$\frac{^{206}\text{Pb}^*}{^{238}\text{U}} = \frac{2702.7 - 14.2}{4862.98} = \mathbf{0.5528}$$

$$\frac{^{207}\text{Pb}^*}{^{235}\text{U}} = \frac{\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_i}{\frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}}; \quad \frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{767 \times 0.70200 \times 203.97}{478 \times 235.043 \times 0.02807} = \mathbf{34.824}$$

$$\frac{^{207}\text{Pb}^*}{^{235}\text{U}} = \frac{668.92 - 15.0}{34.769} = \mathbf{18.807}$$

3. Calcular tres edades con los siguientes datos de circones: U = 962 ppm, Pb = 548 ppm $^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 1960.8$, $^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 464.9$ y $^{208}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 147.4$.

Los cocientes isotópicos iniciales son: $(^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb})_i = 14.2$ y $(^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb})_i = 15.0$, **estos son los mismos cocientes iniciales del primer problema**

Peso atómico de Pb

$$\begin{array}{ll} \frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = 1960.8 & ^{206}\text{Pb} = (1960.8/2574.1) = \mathbf{76.174\%}; \\ \frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = 464.9 & ^{207}\text{Pb} = \mathbf{18.060\%}; \\ \frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = 147.4 & ^{208}\text{Pb} = \mathbf{5.726\%}; \\ \frac{^{204}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} = 1.00 & ^{204}\text{Pb} = \mathbf{0.0388\%} \\ \text{Suma} = 2574.1 & \mathbf{99.998\%} \end{array}$$

Suma ponderada de las masas isotópicas: $= (0.000388 \times 203.9730) + (0.76174 \times 205.9744) + (0.18060 \times 206.9759) + (0.05726 \times 207.9766) = 0.07914 + 156.89893 + 37.37984 + 11.90874 = \mathbf{206.266}$

Peso atómico de Pb = **206.266**

Cocientes de $^{238}\text{U}/^{204}\text{Pb}$ y $^{235}\text{U}/^{204}\text{Pb}$

$$\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{962 \times 99.2743 \times \mathbf{203.973}}{548 \times 238.03 \times \mathbf{0.0388}} = \mathbf{3848.2}; \quad \frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{3848.2}{137.88} = \mathbf{27.9097}$$

Donde $\frac{^{238}\text{U}}{^{235}\text{U}} = \mathbf{137.88}$; Notar que $\frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}}{\frac{^{238}\text{U}}{^{235}\text{U}}} = \frac{3848.2}{137.88} = 27.9097$

Edad, U-Pb usar la ecuación 10.8, pagina 218:

$$t_6 = \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\frac{\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_i}{\frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}} + 1 \right); \quad \lambda_1 = 1.55125 \times 10^{-10} \text{ años}, \quad t_6 = t_{206} \quad \text{y} \quad t_7 = t_{207}$$

$$t_6 = \frac{1}{1.55125 \times 10^{-10}} \ln \left(\frac{1960.8 - 14.2}{3848.2} + 1 \right) = \frac{\ln(1.505846)}{1.55125 \times 10^{-10}} = \mathbf{2.6388 \text{ Ga años}}$$

$$t_7 = \frac{1}{\lambda_2} \ln \left(\frac{\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_i}{\frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}}} + 1 \right); \quad \lambda_2 = 9.8485 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$t_7 = \frac{1}{9.8485 \times 10^{-10}} \ln \left(\frac{464.9 - 15}{27.9097} + 1 \right) = \frac{\ln 17.119843}{9.8485 \times 10^{-10}} = \underline{\underline{2.883 \text{ Giga años}}}$$

Edad Pb-Pb, usar la ecuación 10.9, página 219

$$\frac{\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{276}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_i}{\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} \right)_i} = \frac{^{207}\text{Pb}^*}{^{206}\text{Pb}^*} = \frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}} \left(\frac{e^{\lambda_2 t} - 1}{e^{\lambda_1 t} - 1} \right), \text{ donde } \frac{^{207}\text{Pb}^*}{^{206}\text{Pb}^*} = \frac{464.9 - 15}{1960.8 - 14.2} = \frac{449.9}{1946.6} = 0.23112$$

Resolver por t mediante interpolación en la Tabla **10.3** en la página **220**

$$t_{7/6} = 3.0 + \frac{0.2 \times (0.23112 - 0.2227)}{0.2525 - 0.2227} = 3 + \frac{0.2 \times 0.00846}{0.02975} = \underline{\underline{3.056 \text{ Giga años}}}$$

Interpretación: Las edades U-Pb y Pb-Pb son discordantes, es decir:

$$t_6 = \underline{\underline{2.614 \text{ Giga años}}} \neq t_7 = \underline{\underline{2.873 \text{ Giga años}}} \neq t_{7/6} = \underline{\underline{3.056 \text{ Giga años}}}$$

La causa de la discordancia en la mayoría de los casos es, la pérdida de Pb, ya sea episódicamente o en forma continua por difusión.

Si la pérdida del Pb ocurrió en un pasado no muy distante, el cociente ($^{207}\text{Pb}/^{206}\text{Pb}$)* del plomo remanente permanece virtualmente constante.

Por lo tanto, las edades discordantes de $^{206}\text{Pb-U}$ y $^{207}\text{Pb-U}$, en la mayoría de los casos, desestiman la edad de cristalización de los minerales de U. En tales casos, las edades basadas en los cocientes ($^{207}\text{Pb}/^{206}\text{Pb}$)* serían más antiguas que las edades t_6 y t_7 y serían la mejor estimación de la edad de cristalización del mineral.

4. Las abundancias actuales de los isótopos de U son: $^{238}\text{U} = 99.2743 \%$ y $^{235}\text{U} = 0.7200 \%$.

a. Calcular las abundancias de ^{235}U a un tiempo de 4.60 Giga años.

$$^{235}\text{U} = ^{235}\text{U}_0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$^{235}\text{U}_0 = ^{235}\text{U} e^{\lambda_2 t}$$

$$\lambda = 9.8485 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda t = 9.8485 \times 10^{-10} \times 4.600 \times 10^9$$

$$\lambda t = 45.3031 \times 10^{-1}$$

$$e^{\lambda t} = 92.7873$$

$$^{235}\text{U} = 0.7200 \times 92.7873 = 66.8068 \%$$

b. Calcular la abundancia de ^{238}U a un tiempo de 4.60 G años.

$$^{238}\text{U}_0 = ^{238}\text{U} e^{\lambda_1 t}$$

$$\lambda_1 = 1.55125 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda_1 t = 1.55125 \times 10^{-10} \times 4.600 \times 10^9$$

$$\lambda_1 t = 7.13575 \times 10^{-1}$$

$$e^{\lambda_1 t} = 2.04127$$

$$^{238}\text{U}_0 = 99.2743 \times 2.04127 = \mathbf{202.646 \%}$$

c. Calcular las abundancias de ^{234}U a un tiempo de 4.60 Ga asumiendo equilibrio secular con su padre ^{238}U .

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

$$\lambda_2 = 2.806 \times 10^{-6}$$

$$\lambda_1 N_1 = 1.55125 \times 10^{-10} \times 202.646 = 314.3546 \times 10^{-10}$$

$$N_2 = \frac{314.3546 \times 10^{-10}}{2.806 \times 10^{-6}} = 112.029 \times 10^{-4}$$

$$N_2 = 0.0112029 \%$$

d. Recalcular las abundancias de los isótopos de U a 4.60 Giga años a 100 %.

$$\begin{array}{r} ^{235}\text{U} = 66.8068 \\ ^{238}\text{U} = 202.646 \\ \underline{^{234}\text{U} = 0.0112} \\ \text{Suma} = 269.464 \end{array}$$

Abundancias isotópicas a 4.60 Giga años:

$$\begin{array}{r} ^{235}\text{U} = 24.79 \% \\ ^{238}\text{U} = 75.20 \% \\ \underline{^{234}\text{U} = 0.0041 \%} \\ \text{Suma} = 99.994 \end{array}$$

Interpretación

La abundancia de ^{235}U al tiempo de la formación del sistema solar fue de 24.79 % o 34.4 veces mayor de lo que es en el presente.

La abundancia de ^{238}U fue también mayor que lo que es al tiempo presente pero solo en un factor de 2.04. La razón es que ^{235}U decae más rápido que ^{238}U debido a que tiene una vida media más corta

El cociente $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$ a 4.60 Giga años fue de 3.033 comparado al valor actual de 137.88. El valor del cociente $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$ continuara incrementándose en el futuro.

Observar que la Ley de la Radiactividad es expresada en términos de los átomos que aun quedan al tiempo presente. Por lo tanto, la variación dependiente del tiempo de las abundancias de los isótopos de U no entra en los cálculos de las edades basadas en el decaimiento de U a Pb.

5. Nicholaysen et al. (1962, Geochim. Cosmochm, Acta, 26:15-23) analizaron muestras de conglomerado que contienen de oro, provenientes del Distrito de Witwatersrand en Sudáfrica

Muestra	U %	Pb %	$\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$	$\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$	$\frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$
B153	2.46	1.77	571	142	52.6
KCGI	0.201	0.112	249	68.3	62.6
KCGIV	0.520	0.350	326	84.7	69.1

Los cocientes isotópicos iniciales son: 204: 206: 207: 208 = 1.0: 12.4: 4.14: 32.7.
 $(204/204)=1$, $(206/204)=12.4$, $(207/204)=4.14$ y $(208/204)=32.7$

Calcular la edad de estas muestras por medio del diagrama concordia.

Atomic weights of Pb

Abundancias de isótopos de Pb, %

Cocientes	B153	KCGI	KCGIV	Isotopo	B153	KCGI	KCGIV
$\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$	571	249	326	^{206}Pb	74.48	65.37	67.80
$\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$	142	68.3	84.7	^{207}Pb	18.52	17.93	17.61
$\frac{^{208}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$	52.6	62.6	69.1	^{208}Pb	6.861	16.43	14.37
$\frac{^{204}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$	1.0	1.0	1.0	^{204}Pb	0.130	0.262	0.207
Suma	766.6	380.9	480.8	Sumas	99.99	99.99	99.987

Pesos atómicos de Pb

$$\text{B153} = (0.7448 \times 205.9744) + (0.1852 \times 206.9759) + (0.06861 \times 207.9766) + (0.0013 \times 203.9730) = 153.4097 + 38.3319 + 14.2692 + 0.2651 = 206.2759 = \mathbf{206.428}$$

$$\text{KCGI} = (0.6537 \times 205.9744) + (0.1793 \times 206.9759) + (0.1643 \times 207.9766) + (0.00262 \times 203.9730) = 134.6454 + 37.1107 + 34.1705 + 0.5344 = 206.461 = \mathbf{206.46}$$

$$\text{KCGIV} = (0.6780 \times 205.9744) + (0.1761 \times 206.9759) + (0.1437 \times 207.9766) + (0.00207 \times 203.9730) = 139.6506 + 36.4484 + 29.8862 + 0.4222 = 206.4074 = \mathbf{206.41}$$

$^{206}\text{Pb}^*/^{238}\text{U}$ y $^{207}\text{Pb}^*/^{235}\text{U}$

$$\text{(B153)} \quad \frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{2.46 \times 203.973 \times 99.2743}{1.77 \times 238.03 \times 0.130} = \mathbf{909.48}$$

$$\text{(KCGI)} \quad \frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{0.201 \times 203.973 \times 99.2743}{0.112 \times 238.03 \times 0.262} = \mathbf{582.71}$$

$$\text{(KCGIV)} \quad \frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} = \frac{0.520 \times 203.973 \times 99.2743}{0.350 \times 238.03 \times 0.207} = \mathbf{610.58}$$

$$(B153) \quad \frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} = \frac{571-12.4}{909.48} = \mathbf{0.6141}$$

$$\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} = \frac{(142-4.14)137.88}{909.48} = \mathbf{20.90}$$

$$(KCGI) \quad \frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} = \frac{249-12.4}{582.71} = 0.4060$$

$$\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} = \frac{(68.3-4.14)137.88}{(582.71)} = 15.18$$

$$(KCGIV) \quad \frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} = \frac{326-12.4}{610.58} = 0.5136$$

$$\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} = \frac{(84.7-4.14) \times 137.88}{610.58} = 18.19$$

Resumen de Coordenadas

Muestra	$\frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}}$	$\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}}$
B153	0.6073	20.90
KCGI	0.4011	15.18
KCGIV	0.5075	18.19

Concordia de Wetherill

Notar que ${}^{206}\text{Pb}^*/{}^{238}\text{U} = e^{\lambda_1 t} - 1$ y que ${}^{207}\text{Pb}^*/{}^{235}\text{U} = e^{\lambda_2 t} - 1$. Por lo tanto, la curva concordia puede ser graficada de los valores de la tabla 10.3 para incremento en valores de t. Consultar diagrama.

Línea discordia

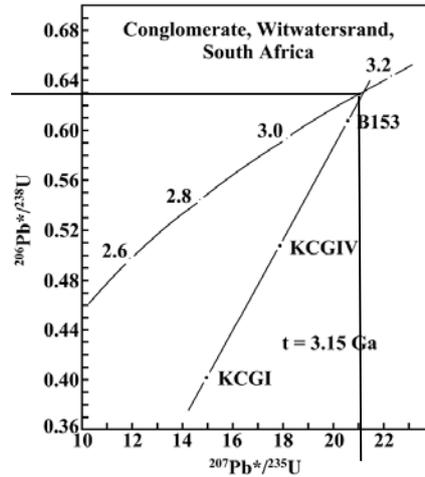
Coefficiente de correlación $c = \mathbf{0.9999}$

Pendiente (m) = $\mathbf{0.03635}$

Intersección eje Y (b) = $\mathbf{-0.1444}$

$$y = b + mx$$

$$\frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} = -0.1444 + 0.036354 \left(\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} \right)$$



Intersección con diagrama concordia

$$\frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} = 0.631; \quad \frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} = 21.3$$

Edad de intersección en Concordia

$$\frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} = e^{\lambda_1 t} - 1; \quad t_6 = \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} + 1 \right); \quad t_6 = \frac{\ln 1.631}{1.55125 \times 10^{-10}} = \underline{\underline{3.15 \text{ Giga años}}}$$

$$\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} = e^{\lambda_2 t} - 1; \quad t_7 = \frac{1}{\lambda_2} \ln \left(\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} + 1 \right); \quad t_7 = \frac{\ln 22.3}{9.8485 \times 10^{-10}} = \underline{\underline{3.15 \text{ Giga años}}}$$

$$\left(\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{206}\text{Pb}^*} \right)^* = \frac{\left(\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{235}\text{U}} \right)}{\left(\frac{{}^{206}\text{Pb}^*}{{}^{238}\text{U}} \right)} = \frac{21.3}{0.631} \times \frac{1}{137.88} = \underline{\underline{0.2448}}$$

Por interpolación en la tabla 10.3 tenemos:

$$t_6 = 3.0 + \frac{0.2 \times (0.2448 - 0.22266)}{0.25241 - 0.22266} = 3.0 + \frac{0.2 \times 0.02214}{0.02975} = 3.0 + 0.148 = \underline{\underline{3.15 \text{ Giga años}}}$$

$$\frac{{}^{235}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} = \frac{1}{137.88} \quad \left(\frac{{}^{207}\text{Pb}^*}{{}^{206}\text{Pb}^*} \right)^* = \frac{{}^{235}\text{U} (e^{\lambda_2 t} - 1)}{{}^{238}\text{U} (e^{\lambda_1 t} - 1)}$$

Interpretación

Las edades U-Pb calculadas con las coordenadas de los puntos de la intección con la línea concordia son concordantes.

$t_6 = t_7 = t_{7/6} = 3.15$ Giga años (Arqueano Medio).

La edad es el tiempo al cual el Pb radiogénico se empezó a acumular en las tres muestras de roca de Witwatersrand. Presumiblemente, la edad estratigráfica (i.e., el tiempo de depositación) precede a la edad con concordia por un corto periodo de tiempo requerido para la depositación, sepultamiento, diagénesis y litificación del conglomerado.

En la sección 31.8 se tiene más información sobre de depósito de oro de Witwatersrand.

6. Un set de muestras de roca total de las montañas Seminoe de Wyoming tiene las siguientes composiciones isotópicas de Pb (Rosholt et al., 1973, Geol. Soc. Amer. Bull., 84:989-1002).

Muestra	$\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$	$\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}$
10	30.09	18.03
11	31.49	18.30
12	31.86	18.40
13	32.02	18.14
14	32.28	18.41
15	33.02	18.46
16	34.04	18.88
17	36.80	19.41

Graficar una isócrona de Pb-Pb y determinar la edad de estas rocas (usar la ecuación 10.22)

$$\text{Pendiente (m)} = \frac{\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_0}{\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}} - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_0}; \quad m = \left(\frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}}\right) \left(\frac{e^{\lambda_2 t} - 1}{e^{\lambda_1 t} - 1}\right)$$

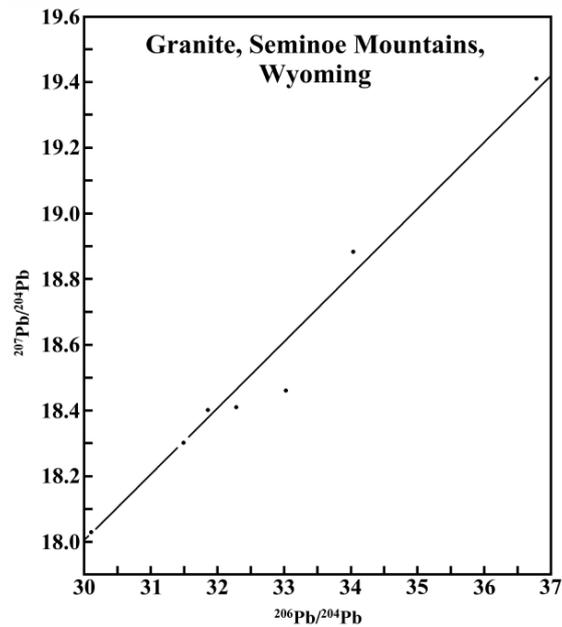
Regresión de mínimos cuadrados

Coefficiente de correlación = **0.9878**

Pendiente = **0.20791**

Intersección eje Y = **11.736**

Observar que la muestra 15 fue omitida por el grado de regresión.



Chapter 10, Problem 6

Edades Pb-Pb (usar tabla 10.3)

$$m = 0.20791$$

$$t_{7/6} = 2.8 + \frac{0.2 \times (0.20791 - 0.19680)}{(0.22266 - 0.19680)} = 2.8 + \frac{0.2 \times 0.01111}{0.02586} = \underline{2.89 \text{ Ga}} \text{ (Arqueano tardío)}$$

Interpretación

Las rocas graníticas de las Montañas Seminoe son parte del cratón de Wyoming de edad Arqueana. Las montañas Seminoe, están separadas de las Montañas Granito por una falla con dirección al noroeste. Todas las muestras (10 a 17) son originadas de una sola localidad en las montañas Seminoe.

Las edades U, Th-Pb de las rocas de las Montañas Granito se discuten en la sección 10.3. La isócrona Pb-Pb de las Montañas Granito (p. 24) indica edades de $2.75 \pm 0.07 \text{ Ga}$.