

UNIVERSIDAD DE SONORA

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Geología

**MATERIA
HIDROGEOLOGIA**

**MANUAL PARA LA
INTERPRETACION DE LOS
ENSAYOS DE BOMBEO**

MATERIAL DE M.C. ALFREDO OCHOA GRANILLO

PARTE VII

5.6 DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES DE ACUIFEROS SEMICONFINADOS CON ENSAYOS A CAUDAL CONSTANTE

Como se ha señalado, la ecuación 3.15 caracteriza el flujo impermanente no lineal en un acuífero semiconfinado y está expresada por:

$$S_r = \frac{Q}{4\pi T_D} W(u, r/B) + \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2 r} \quad (3.15)$$

donde: $u = r^2 E / 4t T_D$ (5.25)

El primer término del segundo miembro de la ecuación representa la componente lineal del abatimiento y el segundo término la componente turbulenta.

En este caso, para un tiempo determinado la diferencia de abatimiento entre dos puntos, 1 y 2 (el 1 más cercano que el 2 al pozo de bombeo) será lógicamente (9):

$$S_{r1} - S_{r2} = \frac{Q}{4\pi T_D} [W(u, r/B)_1 - W(u, r/B)_2] + \frac{Q^2 (r_2 - r_1)}{4\pi^2 T_T^2 r_1 r_2} \quad (5.26)$$

La solución de la ecuación 3.15 se hace, suponiendo inicialmente que no existe la componente turbulenta del abatimiento y determinando las propiedades del acuífero por alguno de los procedimientos desarrollados para el análisis del flujo lineal en acuífero semiconfinado.

Estas propiedades se determinarán para dos pozos de observación situados a distancias diferentes del pozo de bombeo y lo más cercano posible al mismo.

Si el flujo es no lineal, la diferencia de abatimiento entre dos puntos, observada para un tiempo determinado, tal como lo expresa la ecuación 5.26, será mayor que la diferencia entre las componentes lineales representada por el primer término del segundo miembro de la ecuación 5.26 calculadas con las propiedades obtenidas anteriormente para cada pozo. Si el flujo es lineal, la diferencia entre las componentes lineales será igual a la diferencia de abatimientos observada y lógicamente el segundo término del segundo miembro de la ecuación 5.26 será igual a cero. Si resulta que el flujo es lineal, el proceso de cálculo termina aquí y las propiedades calculadas anteriormente serán las que se buscaban. Si el flujo es no lineal, el proceso continúa y partiendo de la ecuación 5.26 se puede obtener:

$$\frac{Q^2 (r_2 - r_1)}{4 \pi^2 T_r r_1 r_2} = (S_{,1} - S_{,2}) - \frac{Q}{4 \pi T_D} [W(u, r/B)_1 - W(u, r/B)_2] \quad (5.27)$$

de donde se puede determinar TT, ya que el resto de las variables son conocidas.

Determinada TT será posible calcular el valor constante de la componente turbulenta para cada punto del acuífero, utilizando lo expresado por el segundo término del segundo miembro de la ecuación 3.15, y de ese modo, tener los valores de la componente lineal para cada instante de tiempo, restándole a los valores observados de abatimiento el valor constante de la componente turbulenta.

Con los valores de las componentes lineales se recalcularán las propiedades del acuífero y una vez obtenidas se usarán en la ecuación 5.27, para recalculer TT, repitiendo el procedimiento hasta obtener el grado de aproximación que se desee entre dos iteraciones sucesivas.

Para el análisis del flujo lineal en acuíferos semiconfinados, Hantush ha desarrollado varios métodos (1). Uno de ellos utiliza las mediciones del abatimiento de un solo pozo de observación para resolver la componente lineal de la ecuación 5.25. Para ello se prepara un gráfico de tiempo-abatimiento en escala semilogarítmica.

En ese gráfico (Figura 5.7) aparece un llamado punto de inflexión p, para el cual se mantienen las siguientes relaciones:

$$a) S_p = \frac{1}{2} S_m = \frac{Q}{4 \pi T_D} K_0 \left(\frac{r}{B} \right) \quad (5.28)$$

donde: K_0 es la función de Bessel modificada de segunda clase y orden cero; S_p , abatimiento en el punto de inflexión y S_m , abatimiento para condiciones de equilibrio observado o extrapolado.

$$b) u_p = \frac{r^2 E}{4T_D t_p} = \frac{r}{2B} \quad (5.29)$$

donde: t_p , tiempo correspondiente al punto de inflexión.

La pendiente de la representación gráfica del ensayo en el punto de inflexión, ΔS_p está dada por:

$$\Delta S_p = \frac{2,30 Q}{4\pi T_D} e^{-u_p} \quad (5.30)$$

y la relación entre el abatimiento y la pendiente en el punto de inflexión está representada por:

$$2,30 \frac{S_p}{\Delta S_p} = e^{u_p} K_o^{(u_p)} \quad (5.31)$$

ΔS_p , corresponde también al abatimiento por ciclo logarítmico

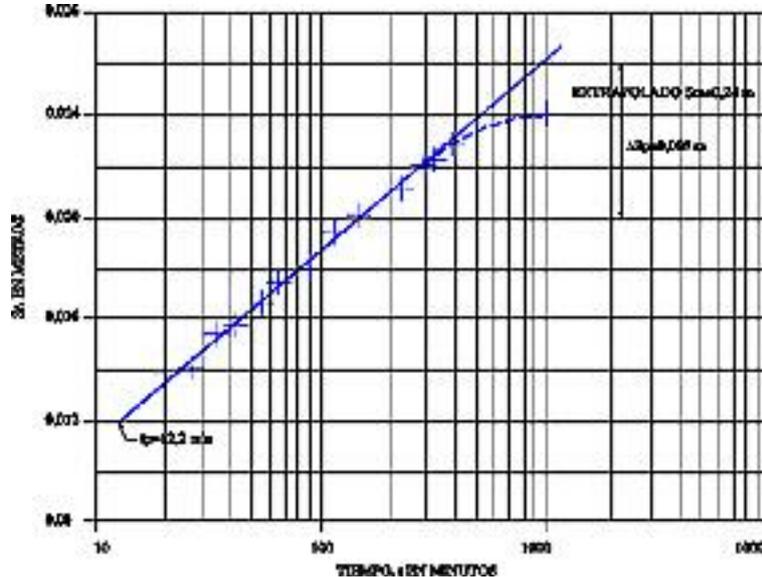


Fig. 5.7
Gráfico para el análisis del flujo semiconfinado

El procedimiento que se sigue para el análisis de los resultados del ensayo de bombeo en flujo lineal, según Kruseman (2) es el siguiente:

- a) Se dibujan en papel semilogarítmico con el tiempo en la escala logarítmica, los valores del abatimiento para cada tiempo tomados de los resultados del ensayo.

- b) Se determina el valor del abatimiento máximo, S_m , por extrapolación. Esto es posible solamente si el período de ensayo es lo suficientemente prolongado para que aparezcan los primeros síntomas de estabilización del abatimiento.
- c) Se calcula S_p como $S_m/2$ y se localiza el punto de inflexión, p , en la curva de abatimiento con el valor de S_p .
- d) Se determina el valor de t_p , que corresponde al punto de inflexión, directamente del gráfico.
- e) Se determina la pendiente ΔS_p de la curva en el punto de inflexión. Esto es aproximadamente equivalente a la diferencia de abatimiento por ciclo logarítmico en la porción recta de la curva sobre la cual se encuentra el punto de inflexión.
- f) Se introducen los valores S_p y ΔS_p en la ecuación 5.31 y se determina r/B por interpolación en la tabla de la función $ex K o(x)$ que aparece en el anexo II.
- g) Como se ha determinado r/B y se conoce el valor de r se puede calcular B .
- h) Como Q , S_p , DS_p y r/B son conocidos se calcula TD a partir de la ecuación 5.30 usando la tabla de la función $e-x$ del anexo II o a partir de la ecuación 5.28 usando la tabla de la función $Ko(x)$ del mismo anexo II.
- i) Como se conocen TD , t_p , r y r/B , se puede calcular E a partir de la ecuación 5.29.
- j) Como TD y B son conocidos, se podrá calcular la resistencia hidráulica c' a través de la relación $c' = B^2/TD$.

Si el flujo es lineal, se habrán obtenido los parámetros que lo caracterizan, pero para ello es necesario comprobar que efectivamente en las condiciones del ensayo, el flujo hacia el pozo es lineal.

Para comprobar la linealidad del flujo, ya se ha dicho que ésta se cumple si

$$S_{r_1} - S_{r_2} = \frac{Q}{4\pi T_D} [W(u, r/B)_1 - W(u, r/B)_2] \quad (5.32)$$

Tomando un tiempo t , igual para ambos pozos de observación cercano al momento en que comienzan a manifestarse los primeros síntomas de estabilización del abatimiento, se calculan los valores de las funciones de pozo según el procedimiento siguiente:

- 1) Se calcula u con la ecuación 5.25 para cada punto.
- 2) Como r/B ya se conoce para cada punto, se determinan los valores de $W(u, r/B)_1$ y $W(u, r/B)_2$ utilizando el anexo I.

3) Se sustituyen estos valores en la ecuación 5.32 y si se cumple la igualdad o el primer miembro de la ecuación 5.32 es ligeramente menor que el segundo, el flujo será lineal. Si el primer miembro de la ecuación 5.32 es mayor que el segundo, el flujo será no lineal y se procederá como se describió anteriormente para esa situación.

Para hacer más comprensible el proceso de cálculo, esta situación se ilustra con un ejemplo.

5.7 EJEMPLO DE DETERMINACION DE PROPIEDADES DE UN ACUIFERO SEMICONFINADO EN EL CASO MAS GENERAL NO LINEAL

Los resultados del ensayo de un acuífero semiconfinado con un caudal constante de 75 m³/h (1,25 m³/min) en dos pozos de observación aparecen en la tabla No. 5.4.

Los gráficos de tiempo abatimiento para ambos pozos están representados en la figura 5.8 para el pozo No. 1 y en la figura 5.9 para el pozo No. 6.

Pozo de observación No. 1 ($r_1 = 10,23 \text{ m}$)

Del gráfico de la figura 5.8 $S_m = 2,60$

$$S_p = \frac{1}{2} S_m = \frac{2,60}{2} = 1,30 \text{ m}$$

$$t_p = 2,9 \text{ minutos (figura 5.8)}$$

$$\Delta S_p = 0,53 \text{ m (figura 5.8)}$$

TABLA No. 4

| Pozo de observación No. 1 ($r_1 = 10.23 \text{ m}$) | | | | Pozo de observación No. 2 ($r_2 = 24.62 \text{ m}$) | | | |
|--|---------------------|---------------------|---------------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|
| Tiempo (minutos) | Abatim. (metros) | Tiempo (minutos) | Abatim. (metros) | Tiempo (minutos) | Abatim. (metros) | Tiempo (minutos) | Abatim. (metros) |
| 1 | 0,83 | 150 | 2,21 | 1 | 0,31 | 240 | 1,74 |
| 2 | 1,08 | 180 | 2,26 | 3 | 0,65 | 300 | 1,79 |
| 3 | 1,20 | 240 | 2,31 | 5 | 0,79 | 360 | 1,82 |
| 4 | 1,29 | 300 | 2,37 | 7 | 0,86 | 420 | 1,85 |
| 5 | 1,36 | 360 | 2,39 | 10 | 0,95 | 500 | 1,89 |
| 7 | 1,44 | 420 | 2,41 | 15 | 1,06 | 600 | 1,95 |
| 10 | 1,53 | 500 | 2,45 | 20 | 1,14 | 700 | 1,97 |

| | | | | | | | |
|-----|------|------|------|-----|------|------|------|
| 15 | 1,63 | 600 | 2,52 | 25 | 1,20 | 800 | 1,99 |
| 20 | 1,71 | 700 | 2,55 | 30 | 1,24 | 1000 | 1,99 |
| 25 | 1,77 | 800 | 2,56 | 40 | 1,32 | 1200 | 1,99 |
| 30 | 1,82 | 1000 | 2,56 | 60 | 1,42 | 1500 | 2,03 |
| 40 | 1,89 | 120 | 2,56 | 90 | 1,52 | | |
| 60 | 1,99 | 1500 | 2,60 | 120 | 1,58 | | |
| 90 | 2,08 | | | 150 | 1,64 | | |
| 120 | 2,15 | | | 180 | 1,69 | | |

Utilizando la ecuación 5.31 resulta:

$$2,30 \frac{S_p}{\Delta S_p} = 2,30 \cdot \frac{1,30}{0,53} = 5,64 = e^{r/B} K_o (r/B)$$

En el anexo II, el valor 5,64 es mayor que todos los tabulados. Luego, $r/B \ll$ ALTO PUEDE &BULL;).

Cálculo de TD a partir de la ecuación 5.30:

$$T_D = \frac{2,30Q}{4\pi\Delta S_p} e^{-r/B}$$

Como $r/B = 0$ $e^{-r/B} = 1$ y resulta

$$T_D = \frac{2,30 \cdot 1,25}{4\pi \cdot 0,53} \cdot 1 = 0,4316 \text{ m}^2/\text{min} = 25,896 \text{ m}^2/\text{h}$$

No se puede calcular E por el procedimiento establecido

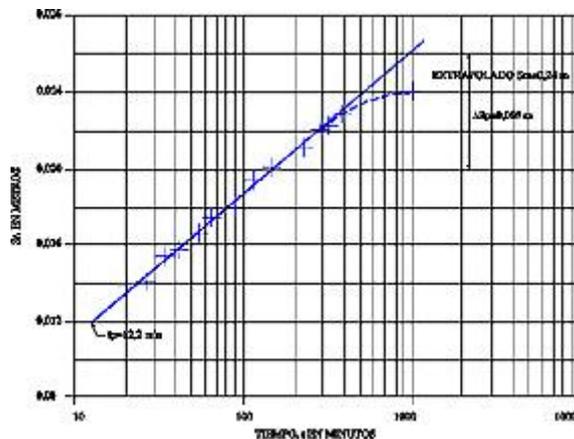


Fig. 5.8.
Gráfico de tiempo abatimiento, pozo de observador No.1

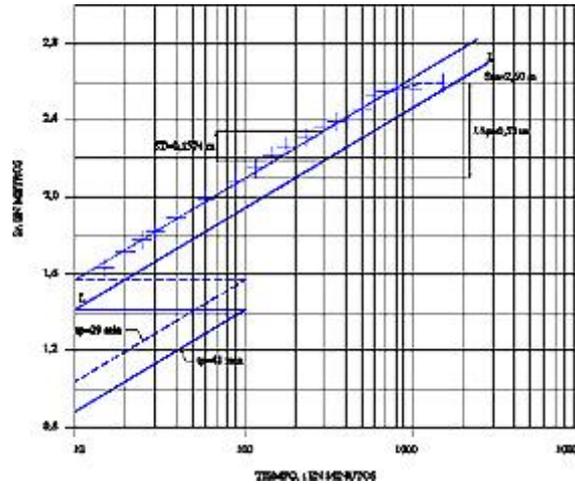


Fig. 5.9
Gráfico de tiempo abatimiento, pozo de observador No.6
Pozo de observación No. 6 (r6 = 24,62m)

Del gráfico de la figura 5.9 $S_m = 2,03 \text{ m}$

$$S_p = \frac{1}{2} S_m = \frac{2,03}{2} = 1,015 \text{ m}$$

$t_p = 9,8 \text{ minutos}$ (figura 5.9)

$\Delta S_p = 0,52 \text{ m}$ (figura 5.9)

Utilizando la ecuación 5.31, resulta:

$$2,30 \frac{S_p}{\Delta S_p} = 2,30 \cdot \frac{1,015}{0,52} = 4,489 = e^{r/B} K_o(r/B)$$

En el anexo II, interpolando, se obtiene $r/B = 0,0135$ luego $B = r/0,0135 = 24,62/0,0135 = 1823,7 \text{ m}$.

Cálculo de TD a partir de la ecuación 5.30

$$T_D = \frac{2,30Q}{4\pi\Delta S_p} e^{r/B}$$

Para $r/B = 0,0135$ $e^{-r/B} = 0,9875$ (Anexo I)

$$T_D = \frac{2,30 \cdot 1,25}{4\pi \cdot 0,52} \cdot 0,9875 = 0,4345 \text{ m}^2 / \text{min} = 26,07 \text{ m}^2 / \text{h}$$

$$c' = \frac{B^2}{T_D} = \frac{(1823,7)^2}{26,07 \cdot 24} = 5315,6 \text{ dias}$$

Cálculo de E a partir de la ecuación 5.29

$$\frac{r^2 E}{4T_D t_p} = \frac{r}{2B} \quad E = \frac{T_D t_p}{2Br}$$

$$E = \frac{4 \cdot 0,4345 \cdot 9,8}{2 \cdot 18237 \cdot 24,62} = 1,897 \cdot 10^{-4}$$

Reconocimiento del carácter del flujo (lineal o no lineal)

El tipo de flujo se determina aplicando la ecuación 5.32 a un tiempo cercano a la estabilización. Tomando $t = 490$ minutos se tiene:

$$Sr1 = 2,465 \text{ m}$$

$$Sr2 = 1,90 \text{ m}$$

Calculando u por la ecuación 5.25 para cada punto.

Como no se pudo calcular E para el punto 1 se usará el mismo valor que se obtuvo para el punto 6.

$$u_1 = \frac{r_1^2 E}{4T_D t} = \frac{(10,23)^2 \cdot 1,897 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,4316 \cdot 490} = 2,347 \cdot 10^{-5}$$

Interpolando en el anexo I se obtiene:

$$W(u,r/B)_1 = 10,09$$

Para el punto 6

$$u_6 = \frac{r_6^2 E}{4T_D t} = \frac{(24,62)^2 \cdot 1,897 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,4345 \cdot 490} = 1,359 \cdot 10^{-4}$$

Interpolando en el anexo I se obtiene:

$$W(u,r/B)_6 = 8,03$$

Analizando los miembros de la ecuación 5.32 resulta

$$Sr_1 - Sr_2 = 2,465 - 1,90 = 0,565 \text{ m}$$

Usando para TD la media de los dos lugares o sea $TD = 0,433 \text{ m}^2/\text{min}$. resulta:

$$\frac{Q}{4\pi T_D} [W(u,r/B)_1 - W(u,r/B)_6] = \frac{1,25}{4\pi 0,433} (10,09 - 8,03) = 0,473 \text{ m}$$

Se ve claramente que $Sr_1 - Sr_2$ es mayor que la diferencia entre las componentes lineales. Luego, de acuerdo con la ecuación 5.27

$$\frac{Q^2 (r_6 - r_1)}{4\pi^2 T_T^2 r_1 r_6} = 0,565 - 0,473 = 0,092 \text{ m}$$

Luego:

$$T_T = \left(\frac{(1,25)^2 (24,62 - 10,23)}{4\pi 24,62 \cdot 10,23 \cdot 0,092} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,1568 \text{ m}^2/\text{min}$$

Con este valor de T_T se calcula el valor de la componente turbulenta del abatimiento en cada pozo, que como se sabe es constante a través del tiempo, utilizando la expresión de la componente turbulenta.

Para el pozo No. 6 ($r_6 = 24,62$)

$$S_{r_6} = \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2 r_6^2} = \frac{(1,25)^2}{4\pi^2 (0,1568)^2 \cdot 24,62} = 0,0654 \text{ m}$$

Para el pozo N° 1 ($r_1 = 10,23$)

$$S_{r_1} = \frac{Q^2}{4\pi^2 T_T^2 r_1^2} = \frac{(1,25)^2}{4\pi^2 (0,1568)^2 \cdot 10,23} = 0,1574 \text{ m}$$

De modo que la componente lineal del abatimiento estará representada por una línea paralela a la que representa los datos Sr -log t del ensayo, situada a la distancia ST por debajo de ésta.

Así, para el pozo No. 1 la línea L-L de la figura 5.8 representará la componente lineal y sobre ella deben hacerse los cálculos para determinar los parámetros del acuífero semiconfinado. De modo que se tendrá:

$$S_m = 2,60 - S_{T1} = 2,60 - 0,1574 = 2,4426m$$

$$S_p = \frac{1}{2}S_m = 1,2213m$$

$$t_p = 4,1 \text{ min.}$$

$$\Delta S_p = 0,53 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación 5.31 resulta:

$$2,30 \frac{S_p}{\Delta S_p} = 2,30 \frac{1,2213}{0,53} = 5,30 = e^{r/B} K_o(r/B)$$

En el anexo II, el valor 5,30 es mayor que todos los tabulados. Luego $r/B \ll 0,010$.
 PUEDE VALOR PERO CALCULAR SE SU ES MUY ALTO

Cálculo de TD a partir de la ecuación 5.30

$$T_D = \frac{2,30 Q}{4 \pi \Delta S_p} e^{-r/B}$$

como $r/B = 0$; $e^{-r/B} = 1$, y resulta:

$$T_d = \frac{2,30 \cdot 1,25}{4 \pi \cdot 0,53} \cdot 1 = 0,4316 m^2/min = 25,896 m^2/h$$

Como $B \rightarrow \infty$, $c' \rightarrow \infty$.

No se puede calcular E por el procedimiento establecido.

Para el pozo No. 6 la línea L1-L1 de la figura 5.9 representará la componente lineal y sobre ella deben hacerse los cálculos para determinar los parámetros del acuífero semiconfinado. De modo que se tendrá:

$$S_m = 2,03 - S_{T6} = 2,03 - 0,0654 = 1,9646 \text{ m}$$

$$S_p = \frac{1}{2} S_m = \frac{1,9646}{2} = 0,9823 \text{ m}$$

$$t_p = 11,5 \text{ min.}$$

$$\Delta S_p = 0,52 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación 5.31 resulta:

$$2,30 \frac{S_p}{\Delta S_p} = 2,30 \frac{0,9823}{0,52} = 4,345 = e^{r/B} K_o (r/B)$$

En el anexo II, interpolando se obtiene $r/B=0,0145$. Luego
 $B=r/0,0145=24,62/0,0145=1697,9 \text{ m}$. Para el de TD se parte de la ecuación 10

$$T_D = \frac{2,30 Q}{4 \pi \Delta S_p} e^{-r/B}$$

para $r/B = 0,0145$ e $e^{-r/B} = 0,9855$ (Anexo II)

$$T_D = \frac{2,30 \cdot 1,25}{4 \pi \cdot 0,52} \cdot 0,9855 = 0,4336 \text{ m}^2/\text{min} = 26,016 \text{ m}^2/\text{h}$$

$$c' = \frac{B^2}{T_D} = \frac{(1697,9)^2}{26,016 \cdot 24} = 4617,1 \text{ días}$$

Cálculo de E a partir de la ecuación 5.29

$$\frac{r^2 E}{4 T_D t_p} = \frac{r}{2 B} \quad E = \frac{4 T_D t_p}{2 B r}$$

$$E = \frac{4 \cdot 0,4336 \cdot 11,5}{2 \cdot 1697,9 \cdot 24,62} = 2,386 \cdot 10^{-4}$$

Como se ha probado, el flujo es no lineal por lo que corresponde calcular los términos de la ecuación 5.27 para un tiempo $t=490$ minutos para hacer el ajuste correspondiente.

Diferencia entre los abatimientos observados:

$$Sr1 - Sr2 = 2,465 - 1,90 = 0,565$$

Para calcular la diferencia entre las componentes lineales, se determina primero el valor de u por la ecuación 5.25 para cada punto.

Para el punto 1, como no se puede calcular E , se utilizará el valor obtenido en esta segunda aproximación para el punto 6, o sea,

$E=2,386 \cdot 10^{-4}$ luego:

$E=2,386 \cdot 10^{-4}$ luego:

$$u_1 = \frac{r_1^2 E}{4 T_D t} = \frac{(10,23)^2 \cdot 2,386 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,4316 \cdot 490} = 2,95 \cdot 10^{-5}$$

Interpolando en el anexo I se obtiene:

$$W(u,r/B)_1 = 9,88$$

Para el punto 6

$$u_6 = \frac{r_6^2 E}{4 T_D t} = \frac{(24,62)^2 \cdot 2,386 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,4336 \cdot 490} = 1,702 \cdot 10^{-4}$$

Interpolando en el anexo I, se obtiene:

$$W(u,r/B)_6 = 7,817$$

Luego usando TD promedio = 0,4326 la diferencia de componentes lineales es:

$$\frac{Q}{4\pi T_D} [W(u,r/B)_1 - W(u,r/B)_6] = \frac{1,25}{4\pi \cdot 0,4326} (9,88 - 7,817) = 0,474 \text{ m}$$

Entonces de acuerdo con la ecuación 5.27

$$\frac{Q^2 (r_6 - r_1)}{4\pi^2 T_T^2 r_1 r_6} = 0,565 - 0,474 = 0,0091 \text{ m}$$

Luego

$$T_T = \left(\frac{(1,25)^2 (24,62 - 10,23)}{4\pi^2 \cdot 24,62 \cdot 10,23 \cdot 0,091} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,1576 \text{ m}^2 / \text{min}$$

La diferencia entre el valor obtenido anteriormente para TT y el obtenido ahora es muy pequeña, por lo que se puede dar por terminado el proceso de ajuste y las propiedades del acuífero serán:

$$TD = 0,4326 \text{ m}^2/\text{min} \text{ (promedio)}$$

$$TT = 0,1572 \text{ m}^2/\text{min} \text{ (promedio)}$$

$$E = 2,386 \cdot 10^{-4} \text{ (para el punto 6)}$$

$$B = 1697,9 \text{ m} \text{ (para el punto 6)}$$

$$c' = 4617,1 \text{ días} \text{ (para el punto 6)}$$

5.8 DETERMINACION DE LA ECUACION CARACTERISTICA DE UN POZO DE BOMBEO

Ha sido costumbre hasta el momento expresar la ecuación característica de los pozos de bombeo por expresiones de la forma propuesta por Rorabaugh (10), o sea:

$$SW = BQ + Cqy \quad (5.33)$$

que puede reducirse a la que había propuesto anteriormente Jacob (3) haciendo $y=2$, es decir que:

$$SW = BQ + CQ^2 \quad (5.34)$$

Ambas expresiones parten del supuesto teórico de que BQ representa el abatimiento que se produciría en el pozo debido a la resistencia del acuífero para condiciones de flujo lineal sin tener en cuenta la estructura del pozo y que CQy (ó CQ²) representa las pérdidas de carga debidas a los demás factores.

A pesar de que tanto la formulación de Jacob como la de Rorabough suponen inicialmente la variación con el tiempo del coeficiente B, en la práctica lo que se determina es el valor de dicho coeficiente para condiciones de equilibrio, lo que limita indiscutiblemente el uso de la ecuación.

Tal como se ha visto en el epígrafa 1.6 al analizar la estructura del pozo, las componentes del abatimiento no responden en realidad a este sencillo esquema y teniendo en cuenta además el hecho de que el flujo en el acuífero puede ser no lineal, Pérez Franco (7) ha propuesto una nueva ecuación característica para el pozo de bombeo que ya se ha presentado como ecuación 3.8, o sea:

$$S_w = \frac{\ln t}{4\pi T_D} Q + K_{LW} Q + D_w Q^2 \quad (3.8)$$

Esta ecuación tiene la ventaja de que permite predecir el abatimiento para cualquier tiempo a partir del inicio del bombeo y que tiene en cuenta las condiciones más generales de flujo y de variaciones en las condiciones físicas alrededor del pozo y que no se necesita llegar a la estabilización del pozo para determinarla.

La ecuación característica del pozo de bombeo puede determinarse a partir de dos ensayos a caudal constante con caudales diferentes o de un ensayo con abatimiento escalonado con al menos tres escalones.

5.9 DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CARACTERISTICA A PARTIR DE ENSAYOS A CAUDAL CONSTANTE

Como se ha señalado anteriormente, para determinar los coeficientes de la ecuación característica a partir de ensayos a caudal constante, es necesario haber realizado al menos dos pruebas con caudales diferentes.

El cálculo de TD puede hacerse aplicando la ecuación 3.8 a dos tiempos diferentes, t_c y t_B ($t_c > t_B$) para un mismo caudal, de donde resulta:

$$S_{w_c} = \frac{1nt_c}{4\pi T_D}Q + K_{LW}Q + D_wQ^2 \quad (5.35)$$

y

$$S_{w_B} = \frac{1nt_B}{4\pi T_D}Q + K_{LW}Q + D_wQ^2 \quad (5.36)$$

Luego:

$$S_{w_c} - S_{w_B} = \frac{Q}{4\pi T_D}n \frac{t_c}{t_B} \quad (5.37)$$

de donde:

$$T_D = \frac{Q}{4\pi(S_{w_c} - S_{w_B})}n \frac{t_c}{t_B} = 0,1832 \frac{Q}{(S_{w_c} - S_{w_B})} \log \frac{t_c}{t_B} \quad (5.38)$$

Como se sabe, la ecuación 5.38 representa una línea recta en un acuífero semilogarítmico de tiempo-abatimiento y el valor de TD podrá también calcularse gráficamente por el procedimiento acostumbrado.

Una vez calculado TD, para determinar los coeficientes K_{LW} y D_w se aplicará la ecuación 3.8 a un mismo tiempo t_A a dos caudales diferentes, Q_1 y Q_2 de donde resulta:

$$S_{w_1} = \frac{1nt_A}{4\pi T_D}Q_1 + K_{LW}Q_1 + D_wQ_1^2 \quad (5.39)$$

$$S_{w_2} = \frac{1nt_A}{4\pi T_D}Q_2 + K_{LW}Q_2 + D_wQ_2^2 \quad (5.40)$$

En las ecuaciones 5.39 y 5.40 se conocen S_{w_1} , S_{w_2} , t_A , TD, Q_1 , y Q_2 , por lo que será posible calcular K_{LW} y D_w simultáneamente de ambas ecuaciones.

EJEMPLO:

Los resultados de un ensayo de bombeo en un pozo de extracción para dos caudales diferentes, aparecen en la tabla 5.5. Determine la ecuación característica del pozo.

TABLA 5.5

| Q = 252 m3/h | | Q = 180 m3/h | |
|--------------|-------|--------------|-------|
| t(minutos) | SW(m) | t(minutos) | SW(m) |
| 60 | 89,13 | 60 | 66,46 |
| 120 | 92,64 | 120 | 68,97 |
| 180 | 94,69 | 180 | 70,44 |
| 240 | 96,15 | 240 | 71,48 |
| 300 | 97,28 | 300 | 72,29 |
| 360 | 98,20 | 360 | 72,95 |
| 480 | 99,66 | 480 | 73,99 |

Cálculo de TD

Usando la ecuación 5.38 para Q=180 m3/h, tB=120 min y tc=480 min, de modo que: SWB = 68,97 y SWc = 73,99 m, se tiene:

$$T_D = \frac{Q}{4\pi(S_{WC} - S_{WB})} \ln \frac{t_c}{t_B} = \frac{180}{4\pi(73,99 - 68,97)} \ln \frac{480}{120}$$

$$T_D = 3,956 \text{ m}^2/\text{h} = 0,0659 \text{ m}^2/\text{h}$$

Es conveniente expresar los tiempos en minutos o segundos para evitar que los coeficientes KLW y DW sean demasiado grandes, por lo que a partir de aquí los caudales estarán expresados en m3/min, TD en m2/min y los tiempos en minutos.

Cálculo de KLW y DW

Teniendo en cuenta las ecuaciones 5.39 y 5.40 para el tiempo tA = 360 min. y los caudales Q1 = 180 m3/h = 3 m3/min y

$$Q_2 = 252 \text{ m}^3/\text{h} = 4,2 \text{ m}^3/\text{min}$$

Los abatimientos correspondientes serán:

$$SW_1 = 72,95 \text{ m y } SW_2 = 98,20 \text{ m y como}$$

TD = 0,0659 m2/min, resulta:

$$72,95 = \frac{1n360}{4\pi \cdot 0,0659} 3 + K_{LW} \cdot 3 + D_w(3)^2$$

$$98,20 = \frac{1n360}{4\pi \cdot 0,0659} 4,2 + K_{LW} \cdot 4,2 + D_w(4,2)^2$$

De donde surgen las dos ecuaciones:

$$3 \text{ KLW} + 9 \text{ DW} = 51,627 \text{ m (A)}$$

$$4,2 \text{ KLW} + 17,64 \text{ DW} = 68,347 \text{ m (B)}$$

Multiplicando la ecuación A por (-1,4) y sumándole a ese resultado la ecuación B, se tiene:

$$-12,6 \text{ DW} + 17,64 \text{ DW} = -72,278 + 68,347$$

$$5,04 \text{ DW} = -3,931 \text{ m}$$

$$\text{DW} = -0,78$$

Sustituyendo en la ecuación A el valor obtenido para DW resulta:

$$3 \text{ KLW} + 9(-0,78) = 51,627 \text{ m}$$

$$\text{Luego KLW} = 19,55$$

Por otra parte, como $T_D = 0,0659 \text{ m}^2/\text{min}$ se tendrá que:

$$\frac{1 \ln t}{4\pi T_D} Q = \frac{1}{4\pi T_D} Q \ln t = \frac{1}{4\pi 0,059} = 1,208 Q \ln t$$

Por lo que la ecuación característica del pozo estará expresada por:

$$SW = 1,208 Q \ln t + 19,55 Q - 0,78 Q^2$$

(los caudales expresados en m^3/min y los tiempos en minutos).

A partir de esta ecuación se podrá predecir el abatimiento para cualquier tiempo y caudal. Por ejemplo, para un caudal de $4 \text{ m}^3/\text{min}$ el abatimiento después de 30 días de bombeo será:

$$SW = 1,208 (4) \ln 30.1440 + 19,55 (4) - 0,78 (4)^2$$

$$SW = 117,295 \text{ m}$$

5.10 DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CARACTERISTICA A PARTIR DE ENSAYOS CON ABATIMIENTO ESCALONADO

Pérez Franco (8) ha demostrado que el abatimiento en un pozo de bombeo en el escalón N durante un ensayo con abatimiento escalonado puede expresarse como:

$$S_{we} = \frac{1}{4\pi T_D} (\Delta Q_1 \ln t_1 + \Delta Q_2 \ln t_2 + \dots + \Delta Q_N \ln t_N) + K_{LW} Q + D_W Q^2 \quad (5.41)$$

Como en esta ecuación aparecen todos los elementos que permiten expresar debidamente la ecuación característica, a partir de ella con los datos de abatimiento escalonado se calcularán TD, KLW y DW.

Para calcular TD se aplica la ecuación 5.41 a los resultados obtenidos en el ensayo, para dos tiempos diferentes, tA y tB (tA > tB) en el escalón N. De modo que resultará:

$$S_{WB} - S_{WA} = \frac{1}{4\pi T_D} (\Delta Q_1 \ln \frac{t_{1B}}{t_{1A}} + \Delta Q_2 \ln \frac{t_{2B}}{t_{2A}} + \dots + \Delta Q_N \ln \frac{t_{NB}}{t_{NA}}) \quad (5.42)$$

de la cual puede deducirse TD

Los valores de DW y KLW conocida TD, pueden determinarse aplicando la ecuación 5.41 a tiempos seleccionados en dos escalones consecutivos, obteniéndose de ese modo, dos ecuaciones que en conjunto permitirán calcular ambos coeficientes, quedando así definidos los tres parámetros necesarios para expresar la ecuación característica del pozo.

EJEMPLO

Los datos de ensayo de un pozo de bombeo con abatimiento escalonado aparecen en la tabla 5.6. Determinar la ecuación característica del pozo.

Para dos tiempos diferentes, t3A=60 y t3B=280 en el escalón 3 resulta a partir de la ecuación 5.42.

$$T_D = \frac{1}{4\pi(9,23 - 9,06)} (7,61 \ln \frac{2746}{2526} + 2,4 \ln \frac{1750}{1530} + 2,5 \ln \frac{280}{60})$$

$$T_D = \frac{1}{4\pi \cdot 0,17} (0,6347 + 0,3382 + 3,8511) = 2,258 \text{ m}^2/\text{h}$$

Una vez calculado TD, para calcular KLW y DW se aplica la ecuación 5.41 a los datos de tiempos seleccionados en dos escalones consecutivos. Por ejemplo, tomando:

TABLA 5.6

| ESCALON 1 Q1=7,6 m3/h Q1=7,6 m3/h Tiempo t1 t1=0 | ESCALON 2 Q2=10 m3/h Q2=2,4 m3/h Tiempo t2 t1=396 minutos | ESCALON 3 Q3=12,5 m3/h Q3=2,5 m3/h Tiempo t3 t1=2466 minutos | ABATIMIENTO (m) Pozo de bombeo |
|---|--|---|--|
| 1 | | | 2,10 |
| 45 | | | 4,23 |
| 60 | | | 4,32 |
| 186 | | | 4,71 |
| 508 | | | 4,95 |
| 996 | | | 5,02 |
| 997 | 1 | | 5,74 |
| 1058 | 62 | | 6,89 |
| 1144 | 148 | | 7,08 |
| 1379 | 383 | | 7,19 |
| 1701 | 705 | | 7,30 |
| 1839 | 843 | | 7,33 |
| 2348 | 1352 | | 7,50 |
| 2421 | 1425 | | 7,51 |
| 2466 | 1470 | | 7,50 |
| 2467 | 1471 | 1 | 8,18 |
| 2486 | 1490 | 20 | 8,91 |
| 2526 | 1530 | 60 | 9,06 |
| 2746 | 1750 | 280 | 9,23 |

Del escalón 3

SWe = 9,23 m; t1 = 2746 min.; t2 = 1750 min.; t3 = 280 min

Del escalón 2

SWe = 7,19 m; t1 = 1379 min.; t2 = 383 min.

Luego para el escalón 3 se tendrá:

$$\Delta Q_1 \ln t_1 = 7,6 \ln 2746/60 = 29,05$$

$$\Delta Q_2 \ln t_2 = 2,4 \ln 1750/60 = 8,10$$

$$\Delta Q_3 \ln t_3 = 2,5 \ln 280/60 = \underline{3,85}$$

$$\Sigma = 41,00$$

Por lo que:

$$S_{we} = 9,23 = \frac{1}{4\pi \cdot 2,258} (41,00) + K_{LW} Q_3 + D_W Q_3^2$$

pero, $Q_3 = 12,5 \text{ m}^3/\text{h}$, de donde resulta:

$$KLW (12,5) + DW (12,5)^2 = 9,23 - 1,445 = 7,785 \text{ m (*)}$$

Para el escalón 2 se tiene:

$$\Delta Q_1 \ln t_1 = 7,6 \ln 1379/60 = 23,82$$

$$\Delta Q_2 \ln t_2 = 2,4 \ln 383/60 = \underline{4,45}$$

$$\Sigma = 28,27$$

Por lo que:

$$S_{we} = 7,19 = \frac{1}{4\pi \cdot 2,258} (28,27) + K_{LW} Q_2 + D_W Q_2^2$$

Por lo que:

pero, $Q_2 = 10,0 \text{ m}^3/\text{h}$, de donde resulta

$$KLW (10) + DW (10)^2 = 7,19 - 0,996 = 6,914 \text{ m (**)}$$

Multiplicando la ecuación (*) por 1,25 y restándola de la ecuación (**) se obtiene:

$$31,25 DW = 0,0425$$

$$D_W = \frac{0,0425}{31,25} = 1,36 \cdot 10^{-3}$$

Sustituyendo en la ecuación (**) el valor obtenido para DW resulta:

$$10 K_{LW} + 100 \cdot 1,36 \cdot 10^{-3} = 6,194$$

$$10 K_{LW} + 100 \cdot 1,36 \cdot 10^{-3} = 6,194$$
$$K_{LW} = \frac{6,194 - 0,136}{10} = 0,6058$$

Luego la ecuación característica del pozo será:

$$SW = 0,03524 Q \ln t + 0,6058 Q + 1,36 \cdot 10^{-3} Q^2$$

(para el tiempo en horas y los caudales en m³/h).

5.11 REFERENCIAS

1. Hantush, M.S.: "Analysis of data from pumping test in leaky aquifers". Trans. American Geophysical Union, Vol. 37, pp 702-714, 1956.
2. Kruseman, G.P. and N.A. de Ridder: "Analysis and Evaluation of Pumping Test Data" Bulletin 11, International Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, The Netherlands, 1970.
3. Jacob, C.E.: "Drawdown test to determine effective radius of artesian well", Transactions A.S.C.E., Vol. 112 pp 1047-1070, 1947
4. Pérez Franco, D.: "Flujo no lineal permanente e impermanente hacia un pozo en un acuífero confinado". Ciencias Técnicas. Serie de Ingeniería Hidráulica. No. 2, Febrero de 1978, pp 115-135, ISPJAE, La Habana, Cuba.
5. Pérez Franco, D.: "Pruebas de pozo con abatimiento escalonado, en régimen no lineal impermanente". Ciencias Técnicas. Serie de Ingeniería Hidráulica, No. 5, Agosto de 1979, pp 5-17.
6. Pérez Franco, D.: "Hidráulica Subterránea". Editorial Científico-Técnica, Ciudad de La Habana, 1982.
7. Pérez Franco, D.: "El abatimiento de un pozo de extracción y sus elementos componentes". Memorias XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Santiago, Chile, Nov. 1992.
8. Pérez Franco, D.: "Determinación de la ecuación característica de un pozo de extracción a través de ensayos con abatimiento escalonado". Ingeniería Hidráulica, Vol. 15, No.3, 1994.
9. Pérez Franco, D.: "Flujo no lineal impermanente hacia un pozo de un acuífero semiconfinado" (En proceso de publicación).
10. Rorabaugh, M.I.: "Graphical and theoretical analysis of stepdrawdown test of artesian well". Proceedings A.S.C.E. Sep. No. 362, 1953